التجربة الثالثة:

النواس البسيط

Simple Pendulum Experiment

1- الغاية من التجربة:

- دراسة الحركة الاهتزازية لنواس بسيط من أجل تحديد:
  - تأثير سعة النوسة في الدور.
  - تأثير كتلة أو مادة النواس في دوره.
  - تأثير طول النواس في دوره.
- تعيين قيمة تسارع الجاذبية الأرضية g.

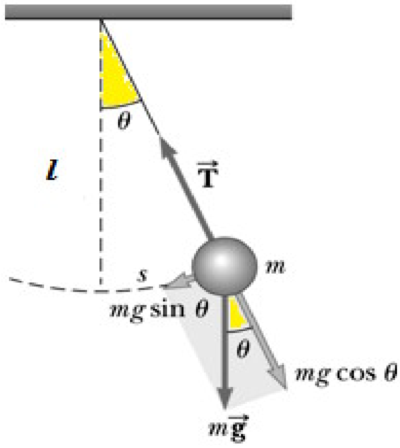
2- الموجز النظري:

نعلم بأن الاهتزازات جميعها التي تنبثق عن جملة غير خاضعة لقوى خارجية متغيرة؛ وإنما لإزاحة مبدئية لهذه الجملة عن وضع توازنها المستقر، تدعى بالاهتزازات الحرة.

ونقول عن جملة ما بأنها خطية، عندما توصف حركتها الاهتزازية بمعادلات تفاضلية خطية. ضمن هذه المفاهيم نجد الهزاز (النواس) ذا البعد الواحد الذي يؤلف جملة مهتزة ذات درجة حرية واحدة. عندما تكون الاهتزازات الحرة لهذه الجملة عبارة عن اهتزازات توافقية (اهتزازات صغيرة السعة توصف بتوابع جيبية بسيطة) عندها يدعى الهزاز الممثل لهذه الجملة بالهزاز التوافقي. وخير ما يمثل هذه الجملة هو حركة النواس البسيط .

يعد النواس البسيط من أشهر الأمثلة على الحركات الدورية، وهو عبارة عن كتلة صغيرة معلقة بخيط مهمل الكتلة نسميه طول النواس L الذي هو عبارة عن المسافة

بين نقطة تعليقه، ومركز ثقله. وفي النواس البسيط، هو المسافة بين نقطة تعليقه، ومركز كرته، كما في الشكل (1).



الشكل (1)

قبل دراسة حركة النواس والقوى المؤثرة في هذه الحركة، نعرف المفاهيم الآتية:

محور اهتزاز النواس: ويقصد به المحور العمودي على مستوي النوسان (مستوي اهتزاز النواس) والمار من نقطة التعليق .

طول النواس البسيط: هو البعد الثابت بين الكرة المتحركة ومحور الاهتزاز.

فعند انزياح كرة النواس عن وضع توازنها بزاوية صغيرة θ وتركها، فإنها سوف تبدأ بالاهتزاز حول موضع التوازن. نفرض أن الكتلة هي عبارة عن نقطة مادية معلقة بخيط مهمل الكتلة وعديم الامتطاط. عندما تبدأ الكتلة بالاهتزاز حول موضع التوازن فإن مسار الكرة الصغيرة لن يكون مستقيماً؛ بل هو عبارة عن قوس من دائرة نصف قطرها L مساوٍ لطول الخيط. إذا كانت قوة الإعادة إلى وضع التوازن متناسبة مباشرة مع مقدار الإزاحة x أو الزاوية θ عن موضع التوازن، فنقول إن الحركة توافقية بسيطة.

يلاحظ من خلال الشكل (1) أن الكرة في أثناء حركتها تخضع إلى تأثير قوتين، قوة الثقالة $\vec{P} = m\,\vec{g}$ (حيث m هي كتلة كرة النواس) وقوة شد الخيط $\vec{T}$ ، يمكن تحليل قوة الثقالة إلى قوتين:

الأولى مماسية لمسار الحركة: $\vec{F}_1 = m.g \sin\theta$.

والثانية ناظمية عليه هي: $\vec{F}_2 = m.g \cos\theta$.

لدينا $\vec{T} = -\vec{F}_2$، ومن الشكل (1) نجد أن قوة الإرجاع أو الإعادة هي المركبة المماسية لقوة ثقل الكرة.

ومن قانون نيوتن في التحريك $\vec{F} = m.\vec{a}$

وبالإسقاط على مماس الحركة نجد:

$$m\,\vec{a}_t = F_t = -m.g \sin\theta = F_1 \qquad (1)$$

ونعلم من الحركة الدائرية أن:

$$v = \omega.r \quad = \omega.l = l.\frac{d\theta}{dt}$$

حيث ω تمثل السرعة الزاوية و l طول النواس وبالتالي فإننا نجد:

$$a_t = \frac{dv}{dt} = l\ \frac{d2\theta}{dt^2}$$

بالتعويض في العلاقة (1) ينتج:

$$m.l\,\frac{d2\theta}{dt^2} = -\,m.g \sin\theta \ \Rightarrow\ \frac{d2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0 \qquad (2)$$

وفي حالة الاهتزازات صغيرة السعة (الحالة المدروسة) يكون: $\sin\theta \approx \theta$

وبفرض أن: $\omega^2 = \dfrac{g}{l}$

نعوض في العلاقة (2) فنجد: $\dfrac{d2\theta}{dt^2} + \omega^2\ \theta = 0$

حل هذه المعادلة التفاضلية هو تابع من الشكل:

$$\theta = A\cos(\omega t + \varphi)$$

ويمثل حركة جيبية سعتها A ودورها $T = \frac{2\pi}{\omega}$ وبالتالي دور النواس البسيط يعطى بالعلاقة الآتية:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (3)$$

حيث l هو طول النواس، و g تسارع الجاذبية الأرضية.

تبين العلاقة (3) أن دور النواس البسيط من أجل السعات الصغيرة مستقل عن كتلة النواس وعن سعته. أما في حالة السعات غير الصغيرة، فلا يعطى الدور بالعلاقة (3)، ويبرهن في هذه الحالة على أنه يتعلق بالسعة، وأن الدور يعطى بالعلاقة:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left(1 + \frac{\theta_0^2}{16}\right) \qquad (4)$$

حيث إن θ_0 هي السعة مقدرة بالراديان.

نستطيع أن نعرف بعض المصطلحات الخاصة بهذا النوع من الحركات:

- النوسة الكاملة: هي الحركة التي يقوم بها النواس عندما يشرع بالحركة من نقطة معينة، وحتى يعود إلى هذه النقطة متجهاً إلى الجهة نفسها التي بدأ بها الحركة.
- الدور T: هو المدة اللازمة ليقوم النواس بنوسة كاملة.
- التواتر υ: هو عدد النوسات في الثانية، وهو يساوي مقلوب الدور $v = \frac{1}{T}$.

3 - الأدوات، والأجهزة المستخدمة:

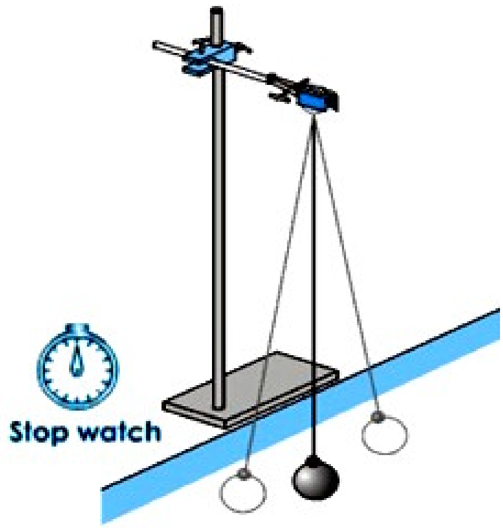
خيط مهمل الكتلة والفتل والتمدد- ثلاث كرات من الحديد والنحاس والخشب – ميقاتية (عدّاد للثواني) - قدم قنوية لقياس قطر الكرات - مسطرة خشبية لتقدير إزاحة الكرة - متر معدني لقياس طول النواس.

4- مراحل العمل والنتائج:

أولاً - التحقق من استقلال دور النواس عن سعته ما دامت صغيرة:

1- قس بالقدم القنوية قطر كل كرة من الكرات الثلاث. يكرر القياس ثلاث مرات لكل كرة في مواضع مختلفة، ثم يحسب نصف القطر الوسطي.

2- اربط كرة الحديد بخيط يتدلى من أعلى الحامل الشاقولي. واضبط طول الخيط بحيث تكون المسافة بين مركز الكرة، ونقطة التعليق ثابتة ($L=1m$ مثلاً). ثبّت طرف الخيط العلوي بالحامل. كما في الشكل(2).



الشكل(2)

3- أزح النواس عن موضع توازنه بزاوية 3°، وهو ما يوافق إزاحة كرة النواس عن موضع توازنها مسافة $0.05\,m$ تقريباً إذا كان طول النواس $1\,m$.

تأكد بنفسك من حساب مسافة الإزاحة المذكورة.

4- اترك الكرة تنوس، وعندما تصل إلى أقصى اليمين، اضغط على زر تشغيل عداد الثواني. راقب النواس حتى يقوم بعشرين نوسة كاملة، واضغط حينئذ على زر العداد مرة ثانية، فيقف عن الحركة مشيراً إلى زمن 20 نوسة ولتكن t.

5- سجّل النتيجة السابقة في مكانها من الجدول (1) الآتي:

الجدول (1):

السعة θ	زمن 20 نوسة (ثانية) (t)		$\bar{t}$ (Sec)	$T=\frac{\bar{t}}{20}$ (Sec)	$E=\left\|\bar{T}-T\right\|$
	التجربة 1	التجربة 2			
3^{o}					
6^{o}					
9^{o}					
$\overline{\mathbf{T}}=$					

6- أعد المرحلتين 3 و4 من أجل الإزاحة ذاتها مرة أخرى. إذا كانت قيم t الحاصلة لديك متقاربة (أي أن الفروق بينها لا تتعدى 0.4s) فاحسب $\bar{t}$ ثم احسب الدور الوسطي $T=\frac{\bar{t}}{20}$ وسجّل النتائج في الجدول (1).

7- أعد المراحل 3 و4 و6 من أجل السعتين 6° و 9° الموافقين لإزاحتين تساويان نحو $0.1\,\mathrm{m}$، $0.15\,\mathrm{m}$، على الترتيب، واحسب في كل مرة القيمة الوسطية T. ماذا تستنتج؟ أتمم بعد ذلك الجدول (1) بحساب الوسطي العام $\overline{\mathrm{T}}$ والانحرافات التجريبية.

8- تقدير الارتياب في الزمن: إن قياس مدة (20) نوسة كاملة t يقتضي الضغط على زر عداد الثواني مرتين، وبما أن المجرب يرتكب في كل ضغطة بارتياب حدّه الأعلى 0.1 ثانية نتيجة الارتكاس العصبي الغريزي؛ بالإضافة إلى ارتياب عداد الثواني الذي حده الأعلى 0.1 ثانية، فيكون الارتياب في قياس t هو:

$$\Delta \mathrm{t}=2(0.1+0.1)=0.4$$

أما الارتياب في T فيساوي:

$$\Delta T=\frac{\Delta t}{20}=0.02\ s$$

قارن هذا الارتياب بالانحرافات التجريبية لقيم T عن الوسطي العام. فإذا كانت هذه الانحرافات أصغر من ΔT، كانت التجربة مثبتة صحة القانون. أما إذا كانت بعض الانحرافات أكبر من الارتياب ΔT، فأغلب الظن أن قياساتك العائدة لها لم تكن جيدة، ويستحسن أن تعيد ما هو مشكوك بها.

ثانيا - التحقق من استقلال دور النواس عن مادة كرته وكتلتها:

استخدم سعة نوسان ثابتة (6° مثلاً) و طول ثابت $1\,m$.

1- خذ من الجدول السابق ناتج قياس دور النواس الذي كرته من الحديد، وسعة نوسانه 6°، وأدرجها في الجدول رقم (2):

2- استبدل كرة النواس السابق بكرة أخرى من الخشب، وقس مدة 20 نوسة كاملة مرتين، واحسب الدور T، وسجّل النتائج في الجدول (2).

3- أعد البند السابق من أجل نواس كرته من النحاس. وسجّل النتائج في الجدول (2). فتكون قد حصلت على الدور من أجل ثلاث كرات من مواد وكتل مختلفة:

الجدول (2):

سعة النوسان: 6^o			طول النواس: $1\,m$		
$E = \lvert \bar{T} - T \rvert$ الانحرافات التجريبية	$T = \frac{\bar{t}}{20}$ (Sec)	$\bar{t}$ (Sec)	زمن 20 نوسة (t Sec) التجربة 2	زمن 20 نوسة (t Sec) التجربة 1	مادة كرة النواس
					الحديد
					النحاس
					الخشب
$\bar{T}$ =					

4- وجدنا آنفاً أن الارتياب المطلق في قياس الدور هو: $\Delta T = 0.02\ s$.

ماذا تستنتج من هذا الجدول في ضوء هذا الارتياب؟ وهل يمكن إثبات قانون استقلال دور النواس عن كتلته؟ إذا وجدت أن النتائج العائدة لإحدى الكرات غير مقبولة، فعلل ذلك، واستبعدها من حساب الوسطي العام $\overline{T}$.

ثالثاً - علاقة دور النواس بطوله:

ثبت سعة النوسة على 6° مثلاً، واستخدم إحدى الكرتين المعدنيتين.

1- رتب جدولاً كالتالي رقم (3) لتسجيل نتائجك:

الجدول (3)

مادة كرة النواس:			سعة النوسان: 6^o		
L (cm)	زمن 20 نوسة (t Sec) التجربة 1	زمن 20 نوسة (t Sec) التجربة 2	$\bar{t}$ (Sec)	$T = \frac{\bar{t}}{20}$ (Sec)	T^2 $(Sec)^2$
50					
60					
70					
80					
90					
100					

2 - اختر أطوال مختلفة لخيط النواس تتراوح بين 0.50 و1.00m ولا يقل عددها عن خمسة أطوال. ثم قس زمن 20 نوسة كاملة. واحسب دور النواس الموافق لكل حالة.

خذ وسطي المحاولتين(التجربتين) من أجل كل طول من أطوال النواس، واحسب الدور $\overline{T}$.

3 - ارسم على ورقة ميليمترية الخط البياني لتحولات $\overline{T}^2$ بدلالة L . تأكد من أن هذا الخط مستقيم يمر من مبدأ الإحداثيات (0,0). ماذا تستنتج من ذلك.

4 - ارسم على ورقة لوغاريتمية تحولات $\overline{T}^2$ بدلالة L، واحسب ميل الخط المستقيم الناتج. ماذا تستنتج من ذلك؟

5 - احسب ميل المستقيم الحاصل لديك على الورقة الميليمترية وليكن M.

6 - استخرج قيمة هذا الميل من قانون النواس البسيط الذي يساوي $M = \frac{4\pi^2}{g}$ ، ومنه احسب تسارع الثقالة الأرضية على النحو: $g = \frac{4\pi^2}{M}$.

7 - احسب الارتياب النسبي والارتياب المطلق في حساب g، وذلك بطريقة حساب الارتياب في القياس غير المباشر. ولهذا ابدأ بتقدير الارتياب النسبي في حساب الميل

$$M = \frac{\overline{T}_2^2 - \overline{T}_1^2}{L_2 - L_1}$$

حيث $\Delta T = 0.02\ s$ كما أسلفنا. و ΔL يساوي 0.002m على الأقل.

أسئلة:

1- عرّف كلاً من الحركة الاهتزازية التوافقية، والحركة الاهتزازية غير التوافقية.

2- هل تتغير قيمة ثابت تسارع الجاذبية الأرضية مع الارتفاع عن سطح الأرض؟