الفصل الأول

مبادئ الفيزياء الحديثة

مقدمة :

نظراً لأهمية استخدام الأشعة في المجالات العديدة للحياة ،وعلى الأخص في المجالات الطبية كاستخدامها في مجال التصوير بمختلف صنوفه (الاشعاعي ـ العادي) والتعقيم والعلاج الفيزيائي ، وما إلى دلك كان لا بد لنا من دراسة موجزة للأشعة الكهرطيسية ومعرفة طبيعتها الموجية وطرق توليدها واستخداماتها .

1.1- الطبيعة الموجية- الجسيمية (المثنوية) للاشعاعات الكهرطيسية

ثمة نظريتان كانتا في السابق تصفان الأشياء الموجودة في الطبيعة

1- النظرية المادية

تميز النظرية المادية بين الأجسام عن طريق اختلاف كتلها والطاقة التي تمتلكها ومواضع تواجدها بالفراغ ، لدلك تعتبر أن كافة الموجودات في الطبيعة هي عبارة عن جسيمات مادية تتميز بالتالي

أ- لها كتلة مادية m محسوسة (مقاسة) وتشغل حيزاً محدداً من الفراغ .

ب- تخضع لقوانين نيوتن في الحركة والتحريك . وبالتالي ادا خضع الجسم لأي قوة خارجية فأنه يكتسب تسارعاً محدداً، وكدلك سرعة **وطاقة محددة**. وبمعرفة شروط البدء يمكننا دوماً تحديد موضع تواجد الجسيمات كتابع للزمن $\vec{r} = f(t)$ وكدلك تحديد سرعة وطاقة الجسم المتحرك . فهي تخضع لقانوني انحفاظ (مصونية) كمية الحركة $\vec{p} = \vec{p} + \vec{p}$ ، وقانون حفظ الطاقة $E = E_k + E_p$ أي انها تخضع لقوانين الصدم المرن واللين.

نكتب مثلاً قانون تحديد موضع الجسيم في الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام كتابع للزمن بالشكل التالي :

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

ونكتب قانون التحريك بالصيغة $\vec{F} = m\vec{a}$

ويمكننا بالتالي تحديد الطاقة الحركية والطاقة الكامنة للجسيم المتحرك ، بعد معرفة موضعه وسرعته من العلاقات التالية:

$$(E_k = \frac{1}{2}mv^2 \ , \ E_p = mg\ h)$$

حيث h : ارتفاع الجسم عن سطح الأرض دلك أن الطاقة الكامنة لأي جسم يقع على سطح الأرض تعتبر مساوية للصفر .

m: كتلة الجسيم المتحرك و v سرعته .

من المهم أن نشير أن الأجسام في الجمل المعزولة وفقاً للنظرية المادية تخضع لقانوني الصدم المرن واللين

قانون الصدم المرن $m_1\overrightarrow{v_1} + m_2\overrightarrow{v_2} = m_1\overrightarrow{v_1'} + m_2\overrightarrow{v_2'}$

قانون الصدم اللين $m_1\overrightarrow{v_1} + m_2\overrightarrow{v_2} = (m_1 + m_2)\vec{v}$

لاحظ أن الكتل تبقى محافظة على قيمها إثناء عملية التصادم ولا تتغير بسبب التصادم

وكدلك أن كلاً من الكتلة والموضع تدخلان في كافة العلاقات التي تحدد كل المعطيات المتعلقة بالجسيم وهما محددتان تماماً .

2-النظرية الموجية :تدعي هده النظرية أن بعض الموجودات في الطبيعة لا تمتلك صفة المادة ،وانما هي عبارة عن أمواج و اهتزازات تنتشر ممتدة في الفراغ ولها صفات الضوء أي انها تخضع لقوانين ديكارت في الانعكاس والانكسار والانعراج والتداخل وغيرها وتتميز عن بعضها البعض بما يلي :

أ- طاقتها غير مجمعة وانما هي ممتدة في الفراغ .

ب-كل موجة تتميز بطول موجة محدد λ يميزها عن غيرها من الأمواج .
(يعرف طول الموجة: بأنه المسافة التي تقطعها الموجة خلال فترة زمنية تساوي دوراً كاملاً).

ج-لكل موجة تواتر خاص بها f ودور محدد T (**يعرف التواتر**: بأنه عدد الهزات التي تنجزها الموجة في واحدة الزمن).

كما أن الأمواج الكهرطيسية على اختلافها تنتشر في الخلاء بسرعة ثابتة محددة تساوي سرعة الضوء $C = 3 * 10^8\, m/s$.

غير أن النظريات الحديثة والتجربة بينت أن كل الموجودات في الطبيعة تمتلك الخاصتين معاً ، أي أنها من جهة عبارة عن جسيمات مادية ، ومن جهة أخرى ترافقها موجة أ ي تتحرك حركة موجية. لكن الجسيمات المادية دات الكتل الكبيرة نسبياً كالإلكترونات والبروتونات والنترونات والأجسام المادية المحسوسة تكون لديها الصفة المادية ظاهرة تماماً وتطغى على الصفة الموجية لها، بمعنى أن كتلها قابلة للقياس بشكل محسوس أما أطوال أمواجها قصيرة للغاية ولا يمكن تحديده بسهولة لدلك تبدو وكأنها تتحرك حركة إنسحابية أو دورانية دون ملاحظة اهتزازها ، وهي تخضع بالتالي لقوانين الحركة والتحريك أي قوانين نيوتن وسوف نعطي مثالاً يوضح دلك .

أما الأمواج والتي هي عبارة عن جسيمات صغيرة للغاية من الصعب جداً تحديد

كتلتها (الفوتونات) ولا يمكننا التعرف اليها إلا من خلال حركتها الاهتزازية ولها طول موجة وتواتر قابلان للقياس يميزانها عن بعضها البعض .

لإثبات ما تقدم طرحه علينا الاعتماد على نتائج التجارب

1-علينا أن نثبت أن الأجسام المادية كالإلكترونات مثلاً تخضع لقوانين الموجة ، تبين التجارب أن حزم الالكترونات تتداخل وتنعرج وتنكسر وتنعكس كالضوء تماماً وهدا ما يثبت أن لها بالإضافة إلى صفتها المادية صفات الموجة.

2-علينا أن نثبت أن الأمواج الكهرطيسية ، بالإضافة لكونها تخضع لقوانين الأمواج ، تخضع أيضا لقوانين نيوتن وقوانين الصدم المرن واللين وقوانين مصونية كمية الحركة وهدا ما يجعلها جسيمات مادية .

لقد بينت التجارب ومنها ظاهرة الأثر الكهرضوئي ، وظاهرة مفعول كومتون صحة ما تقدم طرحه.

2.1) **ما هي الأشعة الكهرطيسية** :

من المعروف انه لا يوجد شحنات كهربائية حرة بالطبيعة ، فالشحنة دوماً تتطلب وجود جسم مادي تتوضع عليه ، فقد يكون الجسم محملاً بشحنات موجبة أو بشحنات سالبة كالإلكترونات (الإلكترون جسيم يمتلك كتلة مادية مقاسة ويحمل شحنة كهربائية سالبة قدرها $e = -1.6 * 10^{-19} c$)، أو قد يكون معتدلاً كهربائياً ، أي مجموع الشحنات السالبة التي يحملها يساوي مجموع الشحنات الموجبة ، كالدرة مثلاً حيث يكون فيها عدد البروتونات الموجودة بالنواة يساوي تماماً عدد الإلكترونات التي تتحرك على مداراتها . غير أنه من المهم للغاية أن نشير للتالي : إدا كانت الشحنات الكهربائية أو الأجسام التي تحملها ساكنة كالبروتونات مثلاً ، أو أي جسم مشحون بشحنة موجبة كانت أو شحنة سالبة ، فأن الشحنة تولد حولها في الفراغ المحيط بها حقلاً كهربائياً فقط ، أما إدا تحركت بسرعات ثابتة فأنها تولد بكامل الفراغ المحيط بها بالإضافة للحقل الكهربائي المتولد عنها ، كونها شحنة ، تولد حقلاً مغناطيسياً ، و إدا ما تحركت متسارعة فأنها تولد الحقلين لكن يكونان مترابطان ، بحيث نرى أنهما يكونان متعامدان ويهتزان في الفراغ بحركة توافقية (جيبية) فيبلغان ،كلاً على محوره، القيمة العظمى معاً وينعدمان معاً ، أي أن لهما نفس الدور والتواتر لكنهما يختلفان بالسعة العظمى والطور الابتدائي (فارق الطور بينهما يساوي تسعون درجة) وينتشران بالفراغ بالاتجاه المعامد لكليهما وبسرعة الضوء **وهدا ما نسميه بالأمواج الكهرطيسية** أو **الحقل الكهرطيسي** .

يبين الشكل التالي الموجة الكهرطيسية

$$\frac{|\vec{E}|}{|\vec{B}|} = const$$

الكمات الضوئية

سوف نثبت أن الضوء أو الأمواج الكهرطيسية تمتلك صفات المادة ، دلك بالإظافة لصفاتها الموجية والتي تميزها عن بعضها البعض (طول الموجة والتواتر) ، ودلك بدراسة الظاهرتين التاليتين : ا) المفعول الكهرضوئي ب) مفعول كومبتون .

ا) **المفعول الكهرضوئي** :

لو قمنا بشحن صفيحة من التوتياء بشحنة كهربائية سالبة ثم وصلنا طرفيها لمقياس غلفاني وعرضناها للضوء نلاحظ التالي :

عندما تتعرض الصفيحة لضوء وحيد اللون

تخسر الصفيحة شحنتها بسرعة كبيرة ،

وعلى العكس لو كانت الصفيحة مشحونة بشحنة موجبة

نرى أن الصفيحة تتطلب وقتاً أطول كي تخسر شحنتها ،

وكي يبدأ التيار الكهربائي بالمرور

(يشير إلى مرور التيار الكهربائي المقياس الغلفاني الموصول إلى طرفي الصفيحة .

كيف يمكننا تفسير دلك

يقوم الضوء بحالة الصفيحة المشحونة بشحنات موجبة باقتلاع الإلكترونات منها بفعل التصادم بينها وبين جسيمات الضوء (وهده ظاهرة مادية) وبما أن الصفيحة مشحونة إيجابا فإن الكترونات الحرة المقتلعة تبدأ بتعديل الشحنات الموجبة التي تحملها الصفيحة ، أي أن الصفيحة المشحونة إيجابا تمنع هروب الإلكترونات عبر سلك المقياس الغلفاني ودلك بفعل التجادب الكولوني بينها وبين الإلكترونات التي قام الضوء بصدمها وتحريرها ، لهدا السبب يتطلب الأمر تعريض الصفيحة للضوء لمدة زمنية أكبر ، دلك لكي تمتلك الإلكترونات الطاقة الكافية و تستطيع تجاوز حاجز الكمون الدي تشكله قوة الربط بين الإلكترونات المحررة وصفيحتها .

أما إدا كانت الصفيحة مشحونة بشحنة سالبة يكون الحاجز الكموني أقل ارتفاعاً مما هو عليه بالحالة الأولى (قوة الربط بين الصفيحة وإلكتروناتها الحرة ضعيفة). لدلك نرى أن أي قدر صغير من الطاقة المكتسبة ،بفعل التعرض للضوء ، تعطي الإلكترونات الحرة الطاقة

الحركية الكافية لكي تدفعها عبر السلك ، ويتولد بنتيجة دلك تياراً كهربائياً يشير إليه المقياس الغلفاني .

ملحوظة : التيار الكهربائي هو حركة موجهة للإلكترونات عبر مقطع السلك الناقل .

مما تقدم يمكننا تعريف المفعول الكهرضوئي كالتالي:

المفعول الكهرضوئي : هو عملية اقتلاع الكترونات من الأجسام الناقلة بفعل اكتسابها طاقة من الضوء عند تعرضها له ، ودلك بسبب التصادم بينها وبين جسيمات الضوء والتي سوف نسيميها الفوتونات وإكسابها قدرا كافيا من الطاقة الحركية .

مالدي تبينه التجارب عند تعريض الأجسام الناقلة للضوء

تبين التجارب التالي:

ا) عدد الإلكترونات المقتلعة من الصفيحة تتناسب طرداً مع شدة الضوء الدي تتعرض له الصفيحة ، أي مع عدد فوتونات الحزمة الضوئية المؤثرة عليها

ب) الطاقة الحركية القصوى التي تكتسبها الإلكترونات تتناسب طرداً مع **تواتر** الضوء المستخدم وتبقى ثابتة مادام الضوء ثابتا (لن يتغير تواتره أو لونه)

ج) لكل معدن عتبة إخراج محددة أي أن اقتلاع الإلكترونات منه (تحريرها) يتطلب تعريضه لضوء له تواتر معين ، وتعريضة لأي ضوء تواتره أقل من حد ما لا يمكنه تحرير إلكتروناته وبالتالي لا يلاحظ مرور التيار الكهربائي.

كيف يمكننا تفسير دلك : لو اعتمدنا على النظرية الموجية للضوء ، فهي تستطيع أن تفسر لنا البند الأول فقط ، أما البندين الثاني والثالث يعارضانها . دلك لأنه وفقاً لها الطاقة تتعلق بشدة الضوء وليس بتواتره ، وهدا يعني أن التيار يجب أن يسري بالدارة مهما كان تواتر الضوء الدي تتعرض له الصفيحة ، حيث أن الطاقة وفقاً لها لا تتعلق بتواتر الضوء وإنما تتعلق بشدته ، وهدا ما تعارضه التجربة . تبين التجربة وجود عتبة لإخراج الإلكترون (تحريره) من صفيحته أي أن الضوء المسلط على الصفيحة يجب أن يمتلك تواترا محدد (طاقة دنيا لا زمة لتحرير الإلكترون) . ثانياً تفترض النظرية الموجية أن الطاقة الحركية التي يكتسبها الإلكترون بعد اقتلاعه يجب أن تكون مساوية تماماً للطاقة التي امتصها من الضوء، والتجارب تبين أن هده الطاقة تكون أقل دوماً من الطاقة الممتصة .

لتفسير هدا التعارض قام انشتاين بتحديث فكرة **بلانك** .

<u>ما هي فكرة بلانك</u> : قام بلانك بدراسة إشعاعات الجسم الأسود (الجسم الأسود هو جسم يمتص كل الطاقة الضوئية الساقطة عليه لضوء وحيد اللون ويصدرها بنفس الآن على شكل أضواء أخرى دون أن يسخن كالجليد مثلاً) . لتفسير دلك افترض بلانك أن الضوء يُصدر الطاقة على شكل كمات منفصلة لها نفس القدر ، وكل كمة منها تحمل طاقة قدرها

$$E = hf$$

من هنا بين بلانك أن لكل ضوء محدد (لون) تواتر موافق له ثابت لا يتغير إلا إدا غير الضوء تواتره (لونه) . حيث f تواتر الضوء . أما h ثابتة من أجل كافة الأمواج وتسمى ثابت بلانك وتساوي $h = 6.626\ 10^{-34} J.s$

قام إنشتاين وبالاعتماد على النظرية النسبية والتي تنص على ان طاقة الجسيمات تعطى بالعلاقة: $E = mc^2$ حيث c سرعة انتشار الضوء بالخلاء . و m كتلة الجسيم ، أما E هي الطاقة الكلية له .وبالاستفادة من فرضية بلانك اعتبر إنشتاين أن الكمة الطاقية التي فرضها بلانك هي عبارة عن جسيم متناهي بالصغر له كتلة قدرها m تتحرك بسرعة الضوء سماها **فوتون وحسب الكتلة الحركية له من العلاقة** :

$$E = hf = mc^2$$

من هنا ينتج أن كتلة الفوتون تعطى بالعلاقة :

$$\mathrm{m} = \frac{hf}{c^2}$$

مضيفاً أن الفوتون لا توجد له كتلة سكونية ،إنما يمكن التعرف عليه إثناء الحركة فهو يُولد أثناء الحركة ويُبتلع من قبل المادة عندما يصطدم بها فيختفي مكسباً إياها كماً طاقياً .

ملحوظة: الواقع أن الفوتون له كتلة سكونية صغيرة للغاية لا تستطيع أجهزة قياس الكتلة تحسسها وقياسها .

تمرين : لو افترضنا أن الضوء له تواتر قدره $f = 9\ 10^{10} HZ$ أحسب كتلته الفوتون.

يمتلك الفوتون وفق فرضية إنشتاين كتلة وسرعة تساوي سرعة الضوء لدلك فهو يمتلك دفعاً (كمية حركة) تعطى قيمته المطلقة بالعلاقة :

$$p = mc = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

λ : طول موجة الضوء المؤلف من هده الفوتونات ويساوي حاصل ضرب سرعة الضوء بدور الاهتزاز أو مقلوب التواتر أي : $\lambda = C.T = \frac{C}{f}$

تمرين : أحسب طويلة شعاع دفع الفوتون إدا علمت ان تواتره يساوي $f = 9\ 10^{10} HZ$

كيف فسر إنشتاين البندين 2و3 للمفعول الكهرضوئي

يقوم الإلكترون بامتصاص الفوتون ، فقط إدا كانت طاقته تساوي أو تزيد عن طاقة ارتباط الإلكترون بدرته (نظرية بور) مما يسبب تحريره من مداره فيصبح حر الحركة داخل المعدن ويتحرك ضمن المعدن حركة عشوائية ، ولكي ينشأ التيار الكهربائي لا بد من أن يمتلك الإلكترون طاقة حركية تكسبه سرعة معينة ، فيتحرك عبر سلك المقياس الغلفاني ، وينشأ

بالتالي التيار الكهربائي . لدلك إدا كانت الطاقة التي يحملها الفوتون أكبر قليلاً من طاقة ارتباط الإلكترون بدرته يمكننا أن نلاحظ مرور التيار. إد أن الإلكترون يكتسب من الفوتون الطاقة الزائدة عن طاقة ارتباطه على شكل طاقة حركية تكسبه السرعة اللازمة للحركة ، دلك لأن التيار الكهربائي هو عبارة عن حركة موجهة للإلكترونات. من هنا استنتج إنشتاين معادلة المفعول الكهرضوئي المطابقة لدلك

$$E = hf = A + \frac{m_0 v^2}{2}$$

A : الطاقة اللازمة لتحرير الإلكترون من مداره (طاقة الارتباط) ، أو معامل الإخراج .

$\frac{m_0 v^2}{2}$ الطاقة الفائضة عن طاقة التحرير ويكتسبها الإلكترون على شكل طاقة حركية ، تسبب حركته بسرعة قدرها v مما يسبب نشوء التيار الكهربائي .

لاحظ أن طاقة الفوتون تنقسم لقسمين 1) قسم يلزم لتحرير الإلكترون 2) القسم المتبقي يكتسبه الإلكترون على شكل طاقة حركية .

الظاهرة إداً هي عملية تصادم لين بين الإلكترونات وجسيمات الضوء، مما يعني أن الضوء يمتلك صفات المادة ، وهو مؤلف من سيل من الجسيمات الدقيقة للغاية والتي دعاها إنشتاين الفوتونات .

مثال: هل يُلاحظ المفعول الكهرضوئي عند تسليط ضوء طول موجته $\lambda = 470\ \text{nm}$ على صفيحة معدنية عمل الإخراج لإلكتروناتها يساوي $A = 2.88\ 10^{-19} J$

الحل: $E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.63 * 10^{-34} * 3 * 10^{8}}{4.710^{-7}} = 4.23\ 10^{-19} J$

نلاحظ أن $E_f > A$ أي أن المفعول الكهرضوئي يظهر . ويتم اقتلاع الإلكترونات وإكسابها طاقة حركية قدرها

$$E_K = hf - A = 4.23\ 10^{-19} - 2.88\ 10^{-19} = 1.35\ 10^{-19} J$$

2) مفعول كومبتون :

وهو أيضاً ظاهرة أخرى تبين أن الضوء هو عبارة عن جسيمات مادية تحمل الكم الطاقي.

مفعول كومبتون بالتعريف : هو ظاهرة تغير طول موجة أشعة إلفا ، وانحرافها عن مسارها عندما تنفد من رقاقة معدنية .

يوضح الشكل أن الفوتون هو عبارة عن جسيم مادي ، حيث أنه اصطدم بالإلكترون الساكن صدماً ليناً في المرحلة الأولى فأكسبه الطاقة ومن ثم أصدر الإلكترون جزء من الطاقة التي اكتسبها على شكل جسيم آخر (فوتون) جديد أقل طاقة من الفوتون الساقط لدلك نرى أن طول موجة الضوء النافد قد أصبح أكبر من طول موجة الضوء الساقط على الرقاقة المعدنية ، أي أن الضوء الوارد قد خسر جزءاً من طاقته خلال عملية التصادم .

قام كومبتون وبالاعتماد على قوان انحفاض كمية الطاقة النسبوي :

$$hf + m_0c^2 = hf^{/} + \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4}$$

وكدلك قانون انحفاظ كمية الحركة (الدفع) :

$$\overrightarrow{p_f} = \overrightarrow{p_{f/}} + \overrightarrow{p_e}$$

hf : طاقة الفوتون الوارد إلى الصفيحة

m_0c^2 : طاقة الإلكترون قبل الصدم (طاقة السكون)

$hf^{/}$: طاقة الفوتون الصادر (النافد)

$\sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4}$: الطاقة النسبوية للإلكترون بعد الصدم

p_f و$\overrightarrow{p_{f/}}$: كمية دفع الفوتون قبل وبعد الصدم ، $\overrightarrow{p_e}$ كمية الحركة التي اكتسبها الإلكترون بنتيجة عملية الصدم ، حيث أنه كان ساكناً قبل الصدم وكمية حركته معدومة

وبالاعتماد على العلاقة : $f = \frac{c}{\lambda}$ توصل كومبتون للعلاقة الرابطة بين طول موجة الضوء الوارد والضوء النافد التالية :

$$\lambda^{/} = \lambda + \frac{h}{c*m_0}(1 - \cos\Theta)$$

$\lambda^{/}$: طول موجة الضوء النافد ، λ طول موجة الضوء الوارد ، m_0 كتلة الإلكترون،

h : ثابت بلانك ، Θ : ازاوية بين مسار الضوء الوارد والضوء الصادر، c : سرعة الضوء في الخلاء

يسمى المقدار $\lambda_\kappa = \frac{h}{c*m_0}$ طول موجة كومبتون

وهو قيمة ثابتة تساوي $\lambda_\kappa = 2.43\ 10^{-12}\ m$

<u>نقاش العلاقة السابقة :</u>

1) $\Theta = 0 \rightarrow \cos\theta = 1 \rightarrow \lambda' = \lambda$ وهدا يعني أن طاقة أشعة إلفا لن تتغير أثناء عملية الصدم أي أنها عبرت الصفيحة من خلال الفراغ الكائن بين الدرات وبالتالي لن تصدم بأي منها

2) $\Theta = 180^{\circ} \rightarrow \cos\theta = -1 \rightarrow \lambda' = \lambda + 2\lambda_{\kappa}$ أي أن الصدم ما بين فوتونات الضوء والدرات مباشر لدلك نرى أن أشعة إلفا قد ارتدت للخلف منحرفة عن مسارها بزاوية قدرها 180 درجة وبالتالي تكون قد خسرت أكبر قدر ممكن من الطاقة

3) $\Theta = 90^{\circ} \rightarrow \cos\theta = 0 \rightarrow \lambda' = \lambda + \lambda_{\kappa}$

الخلاصة : تبين تجربة كومبتون أن الأشعة الكهرطيسية لها بالإضافة لصفاتها الموجية ، لها صفات المادة أيضاً .

طيف الأشعة الكهرطيسية

يتألف طيف الأشعة الكهرطيسية من مجال عريض للغاية للأشعة ، فلكل شعاع ضوئي منها تواتره الخاص المميز له ، ويشكل الضوء المرئي قسماً ضيقاً للغاية من الطيف، وهو عبارة عن المجال الممتد من الضوء الأحمر $\lambda = 0.4\mu m$ حتى اللون البنفسجي $\lambda = 0.7\mu m$ ، أما الأشعة الكهرطيسية ما دون الحمراء وما فوق البنفسجي لا يمكن للعين البشرية ملاحظتها مباشرة ، و لكن يمكننا تحسسها عبر الطاقة الحرارية التي تحملها أو عبر الآثار التي تحدثها عندما يتعرض الجسم البشري لها .

يبين المخطط التالي أقسام الطيف الكهرطيسي وأنواع الأشعة المكونة له مصنفة وفقاً لأطوال أمواجها

تمرين : بالشكل السابق أوجد التواتر المقابل لكل طول موجة .

واحدات قياس طاقة الإشعاعات الكهرطيسية :

نظراً لأن طاقة الفوتون ومهما كان تواتره صغيرة للغاية ، كان لابد من اختيار واحدة مناسبة لقياس طاقة أي حزمة من الفوتونات ، أي طاقة الضوء الدي تشكله .حيث أن طاقة الفوتون الواحد دي التواتر λ تعطى بالعلاقة :

$$E_f = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

فإذا قدرنا الطاقة بواحدة الإلكترون فولط (ev) عند ذلك يجب قياس λ بالأنغستروم $1A^{\circ} = 10^{-10}m$ ومن هنا نجد أن طاقة أي فوتون يمكن أن تحسب بدلالة طول موجته من العلاقة التالية :

$$E_{\lambda}(ev) = \frac{12400}{\lambda(A^{\circ})}$$

من هنا نرى أن طاقة أي شعاع كهرطيسي وحيد اللون تساوي حاصل جداء عدد الفوتونات المؤلفة له مضروباً بطاقة فوتون واحد من فوتوناته ، لأن الفوتونات المتماثلة لها نفس الطاقة .

<u>تعريف الإلكترون فولت :</u> لو طبقنا بين طرفي مكثفة مستوية

فرقاً بالكمون قدره ΔV

سوف ينشأ بين لبوسيها a , b حقلاً كهربائياً منتظماً $\vec{E}$

تعطى شدته بالعلاقة التالية :

$$E = \frac{\Delta V}{d}$$

حيث d البعد بين لبوسي المكثفة .

عند دلك سوف يخضع كل إلكترون من إلكترونات الصفيحة b (القطب السالب للمكثفة) إلى قوة جدب كولونية شدتها

$$F = eE = e * \frac{\Delta V}{d}$$

حيث e هي مقدار شحنة الإلكترون . عند دلك نرى أن الإلكترون سوف يكتسب طاقة حركية تبلغ لحظة وصوله للبوس الموجب a القيمة التالية :

$$w = F * d = e\frac{\Delta V}{d}d = \frac{1}{2}mv^2$$

من هنا نجد أن

$$\Delta \mathrm{V} * \mathrm{e} = \frac{1}{2}mv^2$$

فإذا جعلنا فرق الكمون بين لبوسي المكثفة مساوياً فولتاً واحداً ، وعلمنا أن شحنة الإلكترون تساوي $1.6 * 10^{-19}c$ نجد أن الطاقة التي يكتسبها الإلكترون بفعل قوة الجدب الكولني مقدرة بالجول تساوي $1\ (eV) = 1.610^{-19} * 1$ من هنا يمكننا تعريف الإلكترون فولت كالتالي :

الإلكترون فولت : هو مقدار الطاقة الحركية التي يكتسبها الإلكترون أثناء انتقاله من وضع السكون ، على اللبوس السالب للمكثفة ، إلى اللبوس الموجب لها ودلك عندما يكون الحقل الكهربائي المنتظم المتولد بين لبوسي المكثفة مُتولداً عن فرق بالكمون مطبقاً عليها قيمته تساوي (1 فولت).

إداً $\frac{10^{19}}{1.6}\ eV$ = اجول

الخصائص العامة للأشعة الكهرطيسية :

تعريفها : هي عبارة عن إشعاعات لها طبيعة الضوء تتكون من هزتين متعامدتين أحداهما شعاع الحقل الكهربائي والثانية شعاع الحقل المغناطيسي مترابطتان ومتواقتتان وتنتشران في الفراغ بسرعة الضوء وبالإتجاه الثالث المعامد لكليهما أي $\vec{E}\ \vec{B}\ \vec{v}$

أهم خواص الأشعة الكهرطيسية :

1) لا يوجد للفوتون كتلة سكونية أي إيقاف الفوتون يعني انعدامه أو امتصاصه من قبل الجسم الدي يوقفه ، أي اختفاء (انطفاء) الضوء . أما الكتلة الحركية له تعطى بالعلاقة
$$m = \frac{h}{c*\lambda}$$
2) الفوتون (الضوء) لا يحمل أي شحنة كهربائية فهو لا ينحرف عن مساره عندما يجتاز أي مجال مطبق فيه حقلا كهربائياً أو حقلاً مغناطيسياً
3) كل فوتون من فوتونات الأشعة يحمل طاقة محددة قدرها $E_f = h * f$ مما يكسب الضوء لونا خاصاً به لدلك تسمى الأشعة المؤلفة من نوع واحد من الفوتونات بالأشعة وحيدة اللون *أو الأشعة البسيطة*
4) تنتشر الأشعة الكهرطيسية في الخلاء بنفس سرعة الضوء وفقاً للعلاقة $\lambda * \mathrm{f} = \mathrm{C}$ وتختلف سرعة انتشارها عن بعضها البعض باختلاف وسط الانتشار مما يسبب تحلل الضوء المركب إلى الألوان البسيطة المؤلفة له
5) الطيف المستمر يتألف من عدد كبير من الفوتونات المختلفة بقيم تواتراتها كالضوء الأبيض مثلاً ، ويمكن توليدها بالأسلاك المتوهجة
6) الإشعاع الكهرطيسي وحيد اللون يتألف من نوع واحد من الفوتونات ، ويمكن أن تصدره الإلكترونات أثناء انتقالها من مدارات عليا في دراتها إلى مدارات أدنى

المجاهر الإلكترونية

نعرف مقدرة الفصل لأي مجهر إلكتروني بأنها أقل مسافة بين نقطتين من الجسم يمكن التمييز بينهما ، وتقدر بنصف طول موجة الضوء المستخدم بالمجهر . غير أن ظاهرة الانعراج والتداخل تحد من مقدرة التمييز (الفصل) بين النقاط القريبة جدا من بعضها البعض من الجسم ، ففي المجاهر العادية ، حيث يستخدم الضوء المرئي ، نرى أن أقصر مسافة بين نقطتين من الجسم لازمة لكي نستطيع التمييز بينهما تساوي ($200nm$) وهي مسافة كبيرة نسبياً ، دلك لأن البعد بين درتين متجاورتين من المادة تكون من رتبة الأنغستروم ، لدلك نرى

أن المجهر العادي لا يستطيع التمييز ما بين صفيف من الدرات في المادة قدره ألفي درة . لهدا السبب كان لابد من تصميم مجاهر تعتمد على أشعة كهرطيسية دات أطوال موجية أقل من طول موجات الأشعة المرئية ،أي دات طاقة أكبر ، كالأشعة الكهرطيسية المرافقة لحركة الإلكترونات والتي تبلغ أطوال أمواجها(0.2 *nm*) ، أي ما يعادل 2 انغستروم ، وبهدا الشكل يمكننا التمييز بين درتين متجاورتين من المادة ، أي ان مقدرة الفصل للمجاهر الألكترونية قد تصل إلى (0.2 *nm*) لهدا السبب تم تصميم العديد من المجاهر الإلكترونية المختلفة ومنها:

1) المجهر الإلكتروني بالنفود : مقدرة الفصل لهدا المجهر تصل إلى (0.2 *nm*) ، وعيبه أنه يتطلب استخدام عينات رقيقة مدروسة سماكتها لا تتجاوز (100 *nm*) .

مبدأ عمله : يتم تسليط حزمة إلكترونية مسرعة على العينة المراد دراستها ، ومن ثم نقوم بتحليل الحزمة النافدة من العينة حيث يمكننا بمساعدتها رؤية خيال العينة (صورة مكبرة للعينة)

2) المجهر الماسح الإلكتروني : تصل مقدرة الفصل في هدا النوع من المجاهر إلى (10 *nm*) فهو أقل قدرة للفصل من سابقه . ومبدأ عمله كما في المجهر السابق غير أن هنا يمكننا التحكم بالحزمة الإلكترونية الواردة ، بحيث نجعلها تمسح كامل سطح العينة المدروسة ، فتقوم العينة بامتصاص طاقة الحزمة الإلكترونية ، ومن ثم تصدر أشعة ثانوية يمكننا استقبالها وتحليلها وتشكيل خيال (صورة) للمناطق القريبة من سطح العينة داخل الجسم المدروس وعلى عمق محدود للغاية تحت السطح .

هناك مجاهر إلكترونية أخرى عديدة منها المجهر الإلكتروني الماسح بالنفود ، ومجهر المفعول النفقي .

الفصل الثاني

بنية الذرة ـ الخصائص الذرية

2.1**الهدف**:

إن الهدف من دراسة بنية الذرة هو التعرف على آليات توليد الإشعاعات الكهرطيسية ، ذات المنشأ الذري وانواعها ، وكذلك دراسة الخصائص المغناطيسية الإلكترونية ، ذلك لأن الإشعاعات الكهرطيسية تستخدم في التصوير الإشعاعي التقليدي ، والمحوري المقطعي ، وكذلك الرنين المغناطيسي وغيرها .

2.**2 نماذج الذرة** : الهدف من دراسة نماذج الذرة هو الإجابة على الأسئلة الثلاث التالية :

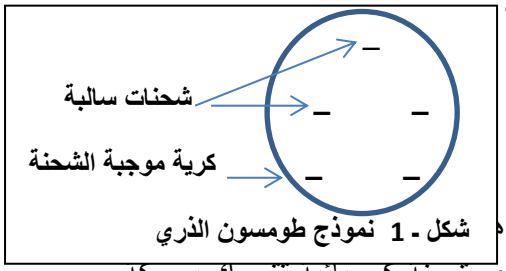
1) لماذا الذرة المعزولة معتلدة كهربائياً

2) لماذا الذرة لا تنهار بالرغم أنها تصدر أشعة كهرطيسية عندما يتم تهييجها

3) لماذا الطيف الكهرطيسي الذري متقطع

للإجابة عن هذه الأسئلة وضع للذرة عدة نماذج مختلفة إلى ان اتت النظرية الكمومية الحديثة للذرة والتي أمكن بمساعدتها تفسير كافة الظواهر السابقة المتعلقة بالذرة . وسوف نطرح هنا كيفية تطور هذه النظريات وصولا للنظرية الحديثة للذرة

1 . **نموذج طومسون** : اعتبر طومسون ان الذرة هي عبارة عن كرية مادية مصمتة نصف قطرها يساوي بالتقريب إنغستروم واحد ، مشحونة بشحنة كهربائية موجبة تتوزع بشكل متجانس ، وتتوزع الإلكترونات السالبة داخلها بشكل متجانس كالبذور في البطيخة . كما ان مجموع شحنات الإلكترونات يساوي بالقيمة ويعاكس بالإشارة الشحنة الموجبة للكرية . وبذلك استطاع طومسون أن يفسر لنا لماذا الذرة معتدلة كهربائياً .



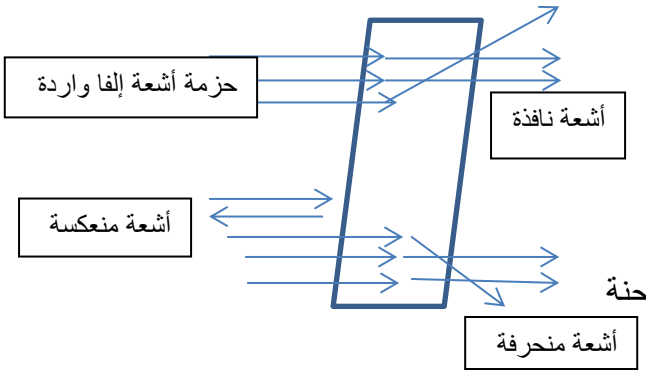
شكل ـ 1 نموذج طومسون الذري

اما لتفسير الأشعة الكهرطيسية التي تصدرها الذرة ،

افترض طومسون أن الذرة عندما تمتص الطاقة بفعل أي

مؤثر خارجي كالحرارة مثلاً ، تبدأ الإلكترونات داخلها بالا
متسارعة ، وكأنها كتلة مرتبطة بنابض ، لذلك شأنها شأن أي شحنه كهربائيه تتحرك بحركه متسارعة ، سوف تصدر الأشعة الكهرطيسية .

واضح ان هذا النموذج أجاب على السؤال الأول وهو اعتدال الذرة كهربائياً . لكنه وكما تبين التجارب لا يجيب على الأسئلة الباقية ، حيث ان الطيف الكهرطيسي الذري متقطع ، وهنا لما كان ت الحركة متسارعة باستمرار هذا يعني ان الذرة سوف تشع الطاقة باستمرار وبنتيجة ذلك ، سيكون الطيف مستمرا ، وهذا يناقض التجربة . ثانياً لن يستطيع نموذج طومسون ان يفسر لنا سبب تبعثر جسيمات إلفا .



شكل ـ 2 تجربة رذرفورد

2) نموذج رذرفورد

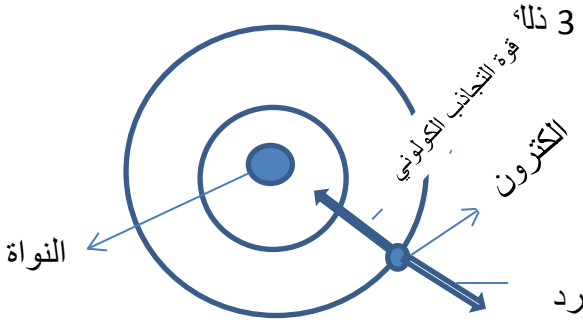
تجربة رذرفورد : تبعثر جسيمات إلفا

جسيم إلفا α هو عبارة عن نواة ذرة الهليوم He_4^{+2}

يحمل شحنة موجبة تعادل بالقيمة المطلقة ضعف شحنة الإلكترون . عندما نوجه حزمة متوازية من جسيمات إلفا إلى صفيحة رقيقة من الذهب ،

يلاحظ ان قسماً منها يجتازها وينحرف عن مساره ، وقسماً آخر صغير يرتد عن الصفيحة ، أما القسم الأعظم من الأشعة الواردة يمر عبر الصفيحة دون أن يعاني أي انحراف

التفسير : فسر رذرفورد نتائج التجربة كالتالي : تتألف الذرة من نواة مركزية صغيرة الحجم تحمل معظم كتلة الذرة ، شحنتها موجبة يدور حولها على مدارات مختلفة ، أنصاف أقطارها أكبر بكثير من نصف قطر النواة ، عددا من الإلكترونات السالبة مجموع شحناتها يساوي بالقيمة المطلقة لشحنة النواة ، لذلك تكون الذرة المعزولة معتدلة كهربائياً . ووفقاً لقانون كولون في التجاذب بين الشحنات الكهربائية نجد ان جسيمات ألفا التي تمر على مسافة قريبة من نوى ذرات الذهب سوف تنحرف عن مسارها ، أما بالأشعة التي تمر في الفراغ الكائن بين النى بعيدا عنها فأن قوى التدافع الكولوني تكون ضعيفة للغاية لذلك تجتاز الصفيحة دون ان تعاني أي انحراف . اما الجسيمات التي تصدم بنوى ذرات الذهب مباشرة فانها سوف ترتد عن الصفيحة ، ولما كان القسم الأعظم من أشعة إلفا يجتاز الصفيحة دون أن يعاني انحرافا ، فأن هذا يعني أن الفراغ بين النوى كبير للغاية بالمقارنة مع أنصاف أقطارها . بناءً على وضع رذرفورد **نموذجاً للذرة** معتبرا أن الذرة تشبه تماما المجموعة الشمسية أي ان الإلكترونات تشبه الكواكب التي تدور حول الشمس . يوضح الشكل ـ 3 ذلك



لكي يفسر رذرفورد سبب عدم انهيار الذرة

في حالة الاستقرار اعتبر أن كل إلكترون يدور حول النواة يخضع لقوتين متساويتين بالقيمة

شكل ـ3 نموذج رذرفورد الذري

ومتعاكستين بالاتجاه هنا 1) القوة النابذة المركزية الناجمة عن حركة الإلكترون حول النواة بحركة دائرية منتظمة . 2) قوة التجاذب الكولوني بين النواة الموجبة والإلكترون السالب . كما ان رذرفورد قام بالاعتماد على ظاهرة تبعثر جسيمات إلفا بحساب نصف قطر النواة معتمدا على قانون انحفاظ الطاقة كالتالي :

إن الطاقة الحركية التي نعطيها لجسيم إلفا سوف تتحول بكاملها إلى طاقة كامنة ، وذلك عندما تبلغ نواة الذرة حيث أن سرعتها سوف تنعدم (الطاقة الحركية لها بفي نقطة الارتداد تنعدم ، وذلك يشبه القذف الشاقولي للجسم) . أما الطاقة الكامنة القصوى التي يمتلكها جسيم إلفا بهذه الحالة تساوي تماما الطاقة الحركية الغبتدائية له ، ومن جهة أخرى تساوي طاقة التدافع الكولوني عند نقطة الارتداد عن النواة (D) : حيث D :نصف قطر النواة .

$$\text{الحركية الطاقة } E_{\alpha} = U_{\alpha} = K_e \frac{Z.e\ .2e}{D}$$

حيث : E_{α} الطاقة الحركية الابتدائية لجسيمات ألفا وهي مقاسة

U_{α} : الطاقة الكامنة القصوى لجسيمات ألفا فب نقطة الارتداد

K_e ثابتة كولون $\left(K_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 910^9 \right)$

Z : العدد الذري لمادة الهدف ، Ze : شحنة نواة الهدف

2e : شحنة جسيم ألفا، وتساوي بالقيمة المطلقة ضعف شحنة الإلكترون $(e = 1{,}6.10^{-19}c)$ من العلاقة السابقة نجد أن نصف قطر النواة يعطى بالعلاقة التالية :

$$D = K_e \frac{Z.e\ .2e}{E_{\alpha}}$$

بناءً على ذلك وجد رذرفورد ان نصف قطر النواة من رتبة ($10^{-14}m$) تقريباً .

مثال : تقدر طاقة جسيمات إلفا $E_{\alpha} = 7{,}68MeV$ عندما تتبعثر على صفيحة رقيقة من مادة عدها الذري (*Z=79*) أحسب نصف قطر النواة .

الحل :

$$D = K_e \frac{Z.e\ .2e}{E_{\alpha}} = \mathbf{9}.10^9 \frac{2.79(1{,}6.10^{-19})^2}{7{,}68.10^6(1{,}6.10^{-19})} = 3.10^{-14}m$$

الطيف الذري : عندما تمتص ذرات المادة الطاقة ، بفعل مؤثر خارجي كالحرارة مثلاً ، ثم يزال سبب الإثارة ، يلاحظ ان الذرة تصدر إشعاعات كهرطيسية مختلفة بتواتراتها أي تظهر على الشاشة خطوط ذات ألوان مختلفة ، تميز الغازات والمواد عن بعضها البعض ، ذلك أن عددها والمسافات التي تفصل بينها تختلف من مادة لأخرى . وهو ما نسميه **بالطيف الذري**

للغاز . وقد عجز نموذج رذرفورد للذرة عن تفسيره . غير أن رذرفورد وبالاعتماد على التجربة التي بينت وجود العديد من السلاسل الطيفية المختلفة ومنها سلسلة بالمر وسلسلة ليمان و سلسلة باشن وغيرها ،استطاع أن يصوغ قانونا تجريبيا يربط بين طول موجة الضوء ورقمي المدار الذي انتقل منه الإلكترون والمدار الذي انتقل إليه .

$$\frac{1}{\lambda} = R_H(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2})$$

R_H : ثابت ريدبرغ $R_H = 1{,}097.10^7 m^{-1}$

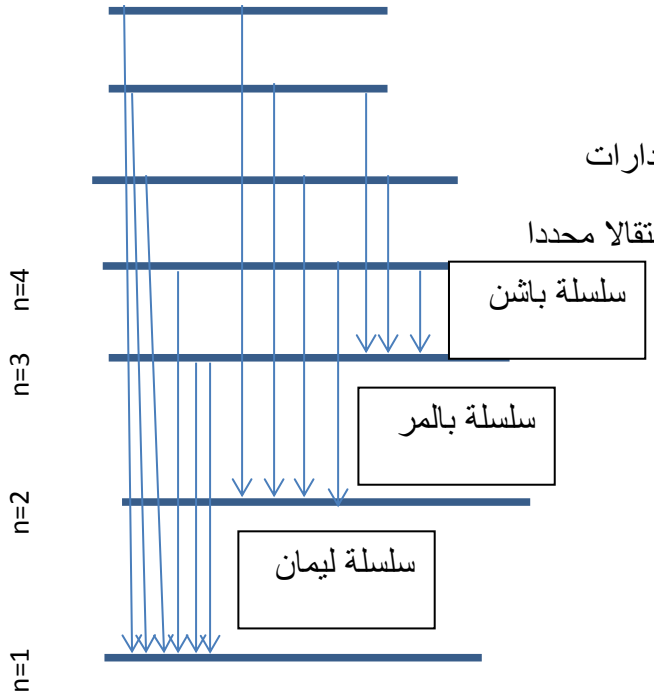
λ : الطول الموجي لخط الطيف المدروس

n_1 و n_2 : عددان طبيعيان ووف نرى أنهما يمثلان المدار الذي أنتقل منه الإلكترون والمدار الذي انتقل إليه على التوالي .

يبن الشكل ـ 4 بعض السلاسل المدروسة

A) سلسلة ليمان(انتقال الاكترونات المثارة من مدارات عليا مختلفة إلى المدار الأول حيث يمثل كل خط انتقالا محددا ويظهر بلون محدد يقابل طول موجة خاص به وتعطى هذه السلسلة بالعلاقة التالية

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{n_2^2}\right) \quad , n_2 = 2,3,4,\dots$$



شكل ـ 4 السلاسل الكهرطيسية

b) سلسلة بالمر وتقع ضمن الطيف المرئي

وتمثل انتقال الإلكترونات من الطبقات الإلكترونية العليا إلى السوية الطاقية الثانية (المدار الثاني) . تعطى أطوال الموجة لخطوطها بالعلاقة التالية

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n_2^2}\right) \quad , n_2 = 3,4,5,\dots$$

c) سلسلة باشن : وتمثل الانتقالات من المدارات الذرية العليا إلى المدار الثالث، تعطى أطوال الموجة لخطوطها بالعلاقة التالية

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{n_3^2}\right) \quad , n_3 = 4,5,6,\dots$$

عدم كفاية نموذج رذرفورد : 1) لقد فسر رذرفورد عدم انهيار الذرة بحالة الاستقرار . لكنه عجز عن تفسير استقرارها أثناء الإشعاع ،فوفقا لنموذجه ، عندما تشع الذرة يخسر الإلكترون الطاقة باستمرار مما يسبب تناقص سرعة دورانه أي تناقص تسارعه ، ذلك أن التسارع يرتبط مع السرعة بالعلاقة ($a_n = \frac{v^2}{r}$) والطاقة ترتبط مع السرعة بالعلاقة ($E = \frac{1}{2}mv^2$) ، وهذا بدوره يؤدي إلى تناقص شدة القوة النابذة مع الزمن أي أن توازن القوى سوف يختل والإلكترون سوف يقترب باستمرار من النواة حتي يسقط في نهاية المطاف فيها وتنهار الذرة ، وهذا مخالف للواقع . 2) لما كان إشعاع الذرة مستمراً هذا يعني أن الطيف الذري الذي ينتج عنها يجب أن يكون مستمراً أيضاً لكن التجربة تبين عكس ذلك ، إذ أن الطيف الذري الناتج يكون متقطعاً .كما أن هناك عددا من الأسباب الأخرى سوف نتعرض لها فيما بعد.

3) **نموذج بور الذري ـ تفسير الطيف الذري**

لكي يفسر بور لماذا الذرة لا تنهار أثناء الإشعاع . ولماذا الطيف الذري الصادر عنها أثناء إشعاعها اعتمد على جملة من الموضوعات (المسلمات) تسمى موضوعات بور وهي

1) تبنى نموذج رذرفورد الكوكبي للذرة : أي أنه اعتبر أن الذرة مؤلفة من نواة مركزية صغيرة الحجم تدور حولها وعلى مدارات محددة الإلكترونات ، وبذلك اعتمد فرضية رذرفورد حول أن الذرة معتدلة الشحنة ، ولا تنهار بحالة الاستقرار وذلك بسبب انعدام محصلة القوى المؤثرة على الإلكترون .
2) اعتمد مبدأ بلانك في تكميم الطاقة معتبراً أن لكل مدار من المدارات الذرية طاقة محددة ، وأضاف إلى ذلك أن الإلكترون بالحالة المستقرة لا يشع ولا يمتص الطاقة أبدا لذلك يستمر بحركة دورانية منتظمة إلى ما لانهاية ، ويتوازن على مداره بفعل تساوي القوة النابذة مع قوة الجذب الكولونية .
3) افترض أن الإلكترون يشع الطاقة فقط عندما ينتقل من مدار أعلى إلى مدار أدنى ، وبالتالي يصدر ضوءً له طول موجة محدد تماما ويتعلق بالبعد الطاقي بين المدار الذي أنتقل منه والمدار الذي انتقل إليه وفقا للعلاقة التالية : $E_2 - E_1 = hf$. كم ان الإلكترون لا يستطيع الانتقال من المدارات الذرية الدنيا إلى مدارات أعلى إلا إذا كانت الطاقة الممنوحة له أكبر أو تساوي لفرق الطاقة بين المدارين .بذلك ضمن بور عدم انهيار الذرة بحالة الإشعاع وفسر سبب تقطع الطيف الذري .
4) قام بور بتكميم المدارات معتبراً أن الإلكترونات تدور حول النواة على مدارات دائرية محددة تماما ويرتبط عزم الدفع الزاوي للإلكترون برقم مداره بعلاقة محددة تماما

$$m_e \, v \, r = n\hbar$$

حيث m_e : كتلة الإلكترون . v : السرعة الخطية لدوران الإلكترون . r : نصف قطر المدار . n : رقم المدار . $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ ثابتة وتساوي حاصل قسمة ثابت بلانك على 2π .

ا)بالاعتماد على كل ما سبق وعلى قانون انحفاظ الطاقة ، استطاع بور تحديد أنصاف أقطار المدارات للجملة إلكترون - بروتون (ذرة الهيدروجين)، كالتالي :

من قانون حفظ الطاقة نكتب

$$E = E_k + E_P = \frac{1}{2}mv^2 - k_e\frac{e^2}{r} \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots (1)$$

لاحظ أن الطاقة الكامنة للإلكترون المرتبط بالذرة سالبة وهي طاقة التجاذب الكولوني بينه وبين البروتون ، وأن سرعة الدوران أيضاً ثابتة وتتعلق فقط برقم المدار أي أن الحركة دائرية منتظمة تسارعها الناظمي : $a_n = \frac{v^2}{r}$

وبما ان الإلكترون مستقر أي أن محصلو القوى المؤثرة عليه معدومة إذا قوة الجذب الكولوني تساوي بالقيمة قوة الطرد المركزي أي :

$$\frac{k_e e^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

من هنا نجد أن :

$$v^2 = \frac{k_e e^2}{mr} \quad \text{(2)}.....$$

من شرط التكميم نجد أن

$$m_e\, v\, r = n\hbar \Rightarrow v^2 = \frac{n^2\hbar^2}{m^2 r^2} \quad \text{(3)}.....$$

بمساواة العلاقتين (2) و(3) نجد أن :

$$r_n = \frac{\hbar^2}{m_e k_e e^2}\, n^2 = a_0 n^2$$

حيث : ..n=1, 2 ,3 وتمثل رقم المدار (الطبقة الإلكترونية) . أما $a_0 \cong 0{,}5A^\circ$ ومنه:

$$r_n = 0{,}5.\, n^2 (A^\circ)$$

تسمى الثابتة نصف قطر بور للمدار الأساسي المستقر .

ب) تحديد بور لطاقة المدارات الذرية

تعطى طاقة أي مدار بالعلاقة التالية

$$E_n = k_e \frac{e^2}{2r_n}$$

بتعويض قيمة r_n من العلاقة السابقة نجد أن :

$$E_n = k_e \frac{e^2}{2a_0} \frac{1}{n^2}$$

نعوض قيم الثوابت فنجد :

$$\boxed{E_n = \frac{-13{,}606}{n^2} \ (eV)}$$

من العلاقة السابقة يمكننا إظهار مخطط سويات الطاقة في ذرة الهيدروجين . حيث يسمى المقدار $E_n = -13{,}606 \ (eV)$ طاقة الحالة الأساسية للهدروجين .

بمقارنة العلاقة $E_2 - E_1 = hf$ مع العلاقة السابقة نجد أن

$$f = \frac{E_l - E_i}{h} = \frac{-13{,}606}{h}\left(\frac{1}{n_l^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$$

وهي نفسها علاقة ريدبرغ التي مرت معنا سابقاً مع فرق وحيد هو قيمة الثابتة

مثال : أوجد معتمدا على علاقة ريدربرغ طول موجة الأشعة اللازمة لإثارة الإلكترون في ذرة الهدروجين من السوية n=1 إلى السوية n=7 مباشرةً . ثم اوجد طول الإشعاعات الصادرة عندما يعود الإلكترون إلى السوية الأولى على ثلاث مراحل من n=7 إلى n=4 ثم إلى السوية الثالثة ثم إلى السوية الأساسية . أحسب تواترات كل إشعاع ، ماذا تستنتج .

الحل :

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{n_l^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) = 1{,}097.10^7\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{49}\right) = 1{,}075.10^7 m^{-1}$$

$$\frac{1}{\lambda_1} = R_H\left(\frac{1}{n_l^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) = 1{,}097.10^7\left(\frac{1}{16} - \frac{1}{49}\right) = \cdots.10^7 m^{-1}$$

$$\frac{1}{\lambda_2} = R_H\left(\frac{1}{n_l^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) = 1{,}097.10^7\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{16}\right) = \cdots.10^7 m^{-1}$$

$$\frac{1}{\lambda_3} = R_H\left(\frac{1}{n_l^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) = 1{,}097.10^7\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{9}\right) = \cdots.10^7 m^{-1}$$

لكننا نعلم ان

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

من هنا يمكننا حساب و f_3 و f_2 و f_1 و f ونه نستنتج أن تواتر الضوء الممتص والذي سبب الانتقال من السوية الأولى إلى السوية السابعة يساوي مجموع تواترات الأشعة الصادرة عند عودته لحالته الأساسية أي و $f = f_1 + f_2 + f_3$

عدم كفاية نموذج بور